

MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN RODAMIENTO A BOLAS CON DEFECTO EN LA PISTA EXTERNA

Marín J.M.¹, Rubio H.², García J.C.², Reinoso O.¹, Fernández L.¹

¹ Universidad Miguel Hernández

Av. Universidad s/n, Edificio Quorum V, 03202 Elche

² Universidad Carlos III de Madrid

jmarin@umh.es — hrubio@ing.uc3m.es — o.reinoso@umh.es

Resumen

En este artículo se presenta el análisis tanto en simulación como experimental del movimiento realizado por los componentes que integran un rodamiento. En primer lugar se desarrolla las ecuaciones que permiten modelar el comportamiento de cada uno de los elementos que integran el rodamiento. Este modelado se hace a partir de la formulación de Lagrange. A partir del modelado de estos elementos se realiza un análisis detallado en simulación ante diferentes condiciones iniciales mostrando el comportamiento del rodamiento. Este análisis en simulación se lleva a cabo mediante el uso de Matlab y Simulink. Como método de integración se ha empleado el método Runge-Kutta de orden 4 para solucionar de forma iterativa las ecuaciones diferenciales no lineales. La validación del modelo efectuado junto con los resultados en simulación alcanzados se realiza comprobando de forma experimental estos resultados en una plataforma desarrollada a tal efecto.

Palabras clave: Rodamiento, defecto localizado, vibración.

1 INTRODUCCIÓN

El rodamiento es la parte de las máquinas rotativas que presenta mayor siniestrabilidad, entendiéndose como tal el número de intervenciones realizadas sobre la máquina por fallo de estos elementos, en un periodo de tiempo determinado. Su predisposición al deterioro es debida a que el rodamiento es el elemento que canaliza todos los esfuerzos estáticos y dinámicos del conjunto de la máquina. Los rodamientos son elementos mecánicos robustos pero en condiciones operativas no óptimas son los primeros en presentar fallos. Esto va implícito en el diseño de la máquina: es preferible verse obligado a sustituir un rodamiento a, por ejemplo, un eje. En la actualidad, con la introducción de nuevos materiales y al refinamiento en los procesos de fabricación y montaje, tienen una expectativa de vida semejante al resto de componentes mecánicos de la máquina, pero estos han

de ser sustituidos cuando todavía presentan un remanente de vida y evitar que el daño en un rodamiento origine la rotura de otros elementos mucho más caros como engranajes, árboles o ejes. En diversos textos de la literatura técnica [6] se desarrollan, con detalle, los aspectos morfológicos, cinemáticos, dinámicos, tribológicos, etc. de los rodamientos. Ahora bien, debido a la complejidad de estos componentes mecánicos y a que se les exige elevadas prestaciones (altas velocidades, gran capacidad de carga y, sobre todo, fiabilidad), hay algunos aspectos técnicos de los mismos que no han sido totalmente resueltos. El análisis del comportamiento dinámico de los rodamientos es determinante para conocer la respuesta vibratoria de las máquinas rotativas [10]. El comportamiento de los rodamientos es no lineal y como sistemas no lineales, con frecuencia, no responden al patrón de comportamiento esperado, además de ser muy sensibles a las condiciones iniciales. Para intentar comprender todos los fenómenos generados en los rodamientos se recurre a modelos empíricos (derivados de procesos estadísticos) o a modelos matemáticos (de parámetros distribuidos o concentrados) aunque estos últimos pocos generales [4]. Hacia el año 1970 Martin [9], basándose en la geometría de los rodamientos, desarrolla el cálculo teórico de las frecuencias rotacionales de defectos en rodamientos y en 1980, Braun [3] desarrolla los modelos matemáticos de defectos en rodamientos, basados en la modulación producida por dichos defectos sobre la frecuencia de resonancia de los elementos que componen el rodamiento (pista, bolas, rodillos, etc.). En 1991, Berry [2] expone los modelos de espectros de cuatro estados de evolución de dichos defectos. Son muchos los investigadores que han realizado modelos o planteado soluciones sobre la distribución de esfuerzos en los rodamientos, con modelos de parámetros concentrados [7], donde merece ser reseñado software como BEAST o BRAIN como herramienta de simulación dinámica de rodamientos desarrollados bajo el auspicio de grandes fabricantes de rodamientos (SKF, NSK, ...) y con modelos de parámetros distribuidos pero en condiciones estáticas. Harsha [7], sigue la línea abierta por Gupta, Tiwari y Prakash, comprobando las

afirmaciones de los autores precedentes y desarrollando modelos analíticos para predecir la respuesta dinámica no-lineal de sistemas rotor-rodamiento considerando: el rotor horizontal y equilibrado; o un número de bolas variable; u ondulaciones superficiales en la pista exterior o interior; o el efecto de la precarga; o el efecto de "run-out" de la jaula.

En este artículo se desarrolla un modelo no lineal y dinámico del movimiento del anillo interior y de los elementos rodantes (bolas o rodillos) de un rodamiento con el anillo exterior fijo. Para ello, se presentan las ecuaciones que rigen su comportamiento, extraídas por la aplicación de la ecuación de Lagrange. Para la simulación del comportamiento del rodamiento, se implementan las ecuaciones en Matlab, utilizando la herramienta Simulink. Para el análisis de los resultados se pueden variar parámetros tales como velocidad de giro del rodamiento, características geométricas o estructurales del mismo, condiciones de cargas o presencia de defectos. Una vez analizado el comportamiento del modelo del sistema a través de los esquemas en simulación realizados con la herramienta Simulink, y exploradas las principales características de este modelo.

En lo que sigue se utilizarán las variables expresadas en la Tabla 1. Algunas de estas variables quedan reflejadas en la Figura 2.

2 MODELADO DEL SISTEMA. ECUACIONES DE LAGRANGE

2.1 DESCRIPCIÓN

Un rodamiento diseñado para soportar carga radial consiste básicamente en un anillo interno solidario al árbol o eje, otro anillo externo unido al soporte del rodamiento y un conjunto de elementos rodantes que pueden ser bolas o rodillos con diferentes geometrías, colocados entre ambos anillos. Como elemento auxiliar se utilizan unas jaulas o separadores cuya única finalidad es mantener a los elementos rodantes separados una cierta distancia. La jaula presenta movimiento de rotación junto con los elementos rodantes alrededor del eje del rodamiento. La Figura 1 muestra un diagrama esquemático del rodamiento que vamos a modelar.

Para averiguar las características vibratorias, el modelado del rodamiento puede realizarse considerándolo como un sistema masa-muelle, con el correspondiente amortiguamiento cuando sea necesario considerarlo. El anillo externo del rodamiento se encuentra en reposo, mientras que el anillo interno se encuentra rígidamente fijado al

Var.	Description
ω_{in}	Velocidad de giro del motor
ω_{cage}	Velocidad de giro de la jaula
f_{in}	Frecuencia de giro del anillo interno
f_{rotor}	Frecuencia de giro del rotor
f_{cage}	Frecuencia de giro jaula
r_{in}	Radio del anillo interno
R_{out}	Radio del anillo externo
m_{out}	Masa del anillo externo
m_{in}	Masa del anillo interno
m_b	Masa de la bola
m_{rotor}	Masa del rotor
L_{int}	Centro de masas del anillo interno
r_i	Centro de la bola i
ρ_i	Vector de pos. bola i
α_i	Posicion angular de la bola i
α_{in}	Posicion angular del rotor
α_{cage}	Pos. angular de la jaula del rodamiento
F_u	Fuerza desequilibrio que actua sobre el rotor
F_{ex}	Fuerza sobre el rotor
F_{ey}	Fuerza sobre el rotor
C_{in}	Coef. de rigidez contacto bola-pista interna
C_{out}	Coef. de rigidez contacto bola-pista externa
D_{in}	Amortiguamiento bola-pista interna
D_{out}	Amortiguamiento bola-pista externa
δ_{in}	Deformacion bola-pista interna
δ_{out}	Deformacion bola-pista externa
h	Internal radial clearance
Z	Number of balls of the bearing
x_{in}, y_{in}	Centro de masas anillo interno
x_{in}^o, y_{in}^o	Pos.respecto al SRglobal
Vx_{in}^o, Vy_{in}^o	Vel. inicial del anillo interno
r_i^o	Pos. bola i respecto al SR global
Vr_i^o	Vel. inicial de la bola i
I	Momento de inercia de cada elemento
I_{rotor}	Momento de inercia del rotor
I_{in}	Momento anillo interno
I_{out}	Momento anillo externo

Tabla 1: Nomenclatura

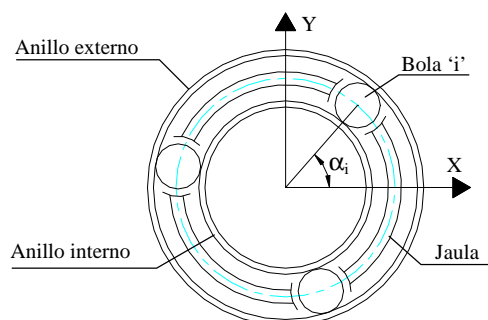


Figura 1: Modelo esquemático de un rodamiento

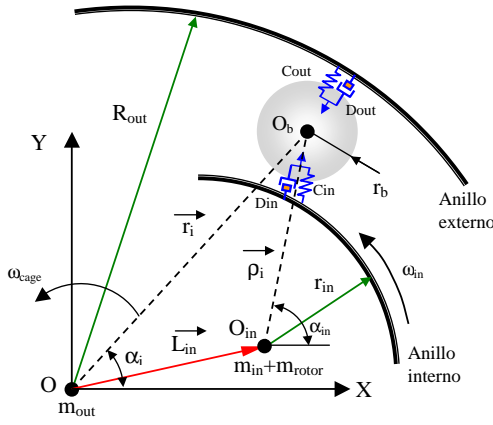


Figura 2: Modelo de rodamiento propuesto

árbol o rotor girando a una determinada velocidad angular ω_{in} . La deformación elástica entre las pistas de rodadura y los elementos rodantes, en este caso bolas, presenta una relación fuerza-deformación no lineal, que se obtiene aplicando la teoría de Hertz. En el modelado matemático, el rodamiento de bolas es considerado como un sistema masa-muelle-amortiguamiento y las bolas actúan como resortes no lineales, tal como muestra la Figura 2. Ya que las fuerzas Hertzianas actúan únicamente cuando existe contacto de la bola con la pista interna o externa, los resortes actúan únicamente a compresión. Cuando la bola se encuentra separada de la pista de rodadura, la fuerza de contacto es cero.

Antes de plantear las ecuaciones y para evitar que el modelo matemático resulta excesivamente complejo, se realizan las siguientes hipótesis:

- Las deformaciones ocurren tal y como describe la teoría de Hertz.
- Las bolas y rotor presentan un movimiento plano, siendo común a todos los elementos el mismo plano del movimiento.
- La velocidad angular de la jaula es constante.
- Las bolas no tienen velocidad angular de rotación.
- Todos los componentes del rodamiento son rígidos.
- El funcionamiento es bajo condiciones isotermas, por tanto no se consideran variaciones de dimensiones por efecto de la temperatura.
- No existe deslizamiento entre las bolas y las superficies sobre las que se produce el movimiento.
- La jaula mantiene las bolas equidistantes, por tanto, no existe interacción entre las bolas.

2.2 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

En esta sección pretendemos obtener las ecuaciones del movimiento a partir de las ecuaciones de Lagrange. La aplicación de estas ecuaciones a los problemas prácticos resulta notablemente sencilla aun cuando se trate de sistemas mecánicos complejos. El procedimiento de Lagrange se basa en magnitudes escalares como la energía cinética, energía potencial y trabajo virtual. Todas ellas pueden expresarse en cualquier sistema de referencia adecuado. Al tratar los problemas de la dinámica con las ecuaciones de Newton, nos encontramos con fuerzas, velocidades, aceleraciones, etc. todas ellas de carácter vectorial. Las ecuaciones de Lagrange, basadas en magnitudes escalares, tienen en cuenta estas magnitudes vectoriales sin necesidad de recurrir a métodos vectoriales formales.

Las ecuaciones del movimiento se obtienen mediante la ecuación de Lagrange para un conjunto de coordenadas generalizadas. Si el sistema es no conservativo y por tanto existen fuerzas disipativas, podemos escribir la ecuación de Lagrange en su forma más general como [5]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial Ec}{\partial q_j} + \frac{\partial Ep}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = Q'_j \quad (1)$$

donde D es la función de disipación de Rayleigh y Q'_j es la fuerza generalizada no conservativa, tal como el rozamiento.

Si se comparan las formas de la energía cinética, Ec , energía potencial elástica, Ep , y la función de disipación, D , para un sistema con 1 grado de libertad, tenemos:

$$Ec = \frac{1}{2} m q_1^2 \quad ; \quad Ep = \frac{1}{2} C q_1^2 \quad ; \quad D = \frac{1}{2} D' q_1^2 \quad (2)$$

donde C es el coeficiente de rigidez (considerado según la ley de Hooke $F = C \cdot x$) y D' es el coeficiente de amortiguamiento.

La energía cinética y energía potencial total del sistema, pueden obtenerse sumando las energías de los distintos componentes. Así, la energía cinética total, viene dada por:

$$Ec_T = Ec_{rotor} + Ec_{A_{Interno}} + Ec_{A_{Externo}} + \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} Ec_{ball} \quad (3)$$

La energía potencial total viene dada por :

$$Ep_T = Ep_{rotor} + Ep_{A_{Interno}} + Ep_{A_{Externo}} + \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} Ep_{ball} + \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} Ep_{contacto} \quad (4)$$

Si consideramos que solamente existe amortiguamiento cuando se produce el contacto de las bolas con el anillo interno o el anillo externo, la función de disipación de Rayleigh viene dada por:

$$D_T = \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} D_{contacto} \quad (5)$$

En la Tabla 2 y de acuerdo con la Figura 2 se refleja la notación empleada de las coordenadas generalizadas elegidas para el modelado del sistema.

r_1	Pos. centro de la bola 1
r_2	Pos. centro de la bola 2
\dots	\dots
r_Z	Pos. centro de la bola Z
(x_{in}, y_{in})	Pos. centro de la pista interna

Tabla 2: Coordenadas generalizadas

Con lo que se dispone de un sistema de $2 + Z$ grados de libertad. A continuación se detallan las ecuaciones de cada uno de los componentes que integran el rodamiento.

2.2.1 Anillo Interno

Comenzamos calculando la energía cinética del anillo interno. El vector de posición del centro de masas del anillo interno respecto al sistema de referencia global, viene dado por:

$$\vec{L}_{in} = x_{in} \vec{i} + y_{in} \vec{j} \quad (6)$$

La velocidad se obtiene derivando respecto al tiempo el vector de posición:

$$\dot{\vec{L}}_{in} = \dot{x}_{in} \vec{i} + \dot{y}_{in} \vec{j} \quad (7)$$

El valor de la energía cinética se obtiene de forma:

$$Ec_{A_{Interno}} = \frac{1}{2} m_{in} (\dot{\vec{L}}_{in} \cdot \dot{\vec{L}}_{in}) + \frac{1}{2} I_{in} \dot{\alpha}_{in}^2 \quad (8)$$

En consecuencia:

$$Ec_{in} = \frac{1}{2} m_{in} (\dot{x}_{in}^2 + \dot{y}_{in}^2) + \frac{1}{2} I_{in} \dot{\alpha}_{in}^2 \quad (9)$$

Tomando como referencia de energía potencial el centro de la pista externa, (origen de coordenadas), la energía potencial de la pista interna viene dada por:

$$Ep_{A_{Interno}} = m_{in} g h_{in} = m_{in} g y_{in} \quad (10)$$

2.2.2 Rotor

Al ser solidario el rotor y el anillo interno, ambos presentan el mismo movimiento y posición por tanto, presentan expresiones similares para energía cinética y energía potencial, diferenciándose tan solo en la masa y momento de inercia.

$$Ec_{rotor} = \frac{1}{2} m_{rotor} (\dot{x}_{in}^2 + \dot{y}_{in}^2) + \frac{1}{2} I_{rotor} \dot{\alpha}_{in}^2 \quad (11)$$

$$Ep_{rotor} = m_{rotor} g h_{in} = m_{rotor} g y_{in} \quad (12)$$

2.2.3 Anillo Externo

El anillo externo se encuentra estacionario por tanto su contribución a la energía cinética total y energía potencial total es nulo.

2.2.4 Bolas

El vector de posición del centro de masas de la bola i respecto al S.R. global es:

$$\vec{r}_i = r_i \cos(\alpha_i) \vec{i} + r_i \sin(\alpha_i) \vec{j} \quad (13)$$

El valor de la energía cinética viene dado por:

$$Ec_{bola} = \frac{1}{2} m_{bo} (\vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i) + \frac{1}{2} I_{bo} \dot{\theta}_{bo}^2 \quad (14)$$

Derivando la velocidad a partir del vector de posición, se obtiene finalmente:

$$Ec_{bola_i} = \frac{1}{2} m_{bo} (\dot{r}_i^2 + r_i^2 \dot{\alpha}_i^2) + \frac{1}{2} I_{bo} \dot{\theta}_{bo}^2 \quad (15)$$

Para el calculo de la energía potencial de la bola i , tomando como referencia el centro del anillo externo, (origen de coordenadas), se tiene:

$$Ep_{bola} = m_{bo} g h_{bo} = m_{bo} g r_i \sin(\alpha_i) \quad (16)$$

2.2.5 Contacto Bola-Anillo Interno

La fuerza de reacción, en Newton, debida a la deformación en el punto de contacto viene dada por:

$$F = C_{in} \delta_{in}^{\frac{3}{2}} \quad (17)$$

donde C es el coeficiente de rigidez, en $N/mm^{3/2}$ y δ es la deformación en mm .

El trabajo realizado durante una deformación infinitesimal vale:

$$dW = Fd\delta \quad (18)$$

El trabajo desarrollado queda acumulado en forma de energía potencial elástica, y viene dado por:

$$\Delta W = \Delta Ep = \int C_{in}\delta_{in}^{\frac{3}{2}}d\delta = \frac{2}{5}C_{in}\delta_{in}^{\frac{5}{2}} \quad (19)$$

La energía potencial elástica total viene dada por:

$$Ep_{elastica} = \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} \frac{2}{5}C_{in}\delta_{in-i}^{\frac{5}{2}} \quad (20)$$

Teniendo en cuenta las dimensiones de los elementos del rodamiento y el vector de posición del centro de masas de la bola respecto al centro de masas del anillo interno, ρ_i , el valor de la deformación δ_{in} en el contacto entre el anillo interno y la bola i , viene dado por:

$$\begin{aligned} Si \quad \rho_i < r_{in} + r_{bo} &\rightarrow \delta_{in-i} = r_{in} + r_{bo} - \rho_i \\ Si \quad \rho_i \geq r_{in} + r_{bo} &\rightarrow \delta_{in-i} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

El valor de ρ_i viene dado por la ecuación 22:

$$\rho_i = [r_i^2 + x_{in}^2 + y_{in}^2 - 2r_i \cos(\alpha_i)x_{in} - 2r_i \sin(\alpha_i)y_{in}]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

Como sólo tenemos energía potencial elástica, tenemos que hallar la variación de esta energía respecto a las coordenadas generalizadas $(x_{in}, y_{in}, r_1, \dots, r_i, \dots, r_Z)$.

La función de disipación de Rayleigh, D , considerando un amortiguamiento o una pérdida de energía cuando se produce el contacto de la bola con el anillo, viene dada por:

$$D = \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} \frac{1}{2}D_{in}\dot{\rho}_i^2 \quad (23)$$

2.2.6 Contacto Bola-Anillo Externo

La energía potencial elástica del contacto bola-anillo externo, viene dada por:

$$Ep_{elastica} = \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} \frac{2}{5}C_{in}\delta_{in-i}^{\frac{5}{2}} \quad (24)$$

Teniendo en cuenta las dimensiones de los elementos del rodamiento y el vector de posición del centro de masas de la bola respecto origen del S.R. global, r_i , el valor de la deformación δ_{out_i} en el contacto entre el anillo interno y la bola i , viene dado por:

$$\begin{aligned} Si \quad r_i > R_{out} - r_{bo} &\rightarrow \delta_{out-i} = r_i + r_{bo} - R_{out} \\ Si \quad r_i \leq R_{out} - r_{bo} &\rightarrow \delta_{out-i} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

La función de disipación de Rayleigh, D , en el contacto de la bola-anillo externo, viene dada por:

$$D = \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} \frac{1}{2}D_{out}\dot{r}_i^2 \quad (26)$$

2.2.7 Ecuaciones globales del movimiento

A partir de los apartados previos se llega a las siguientes ecuaciones globales del movimiento:

Para la coordenada generalizada x_{in} tenemos:

$$\begin{aligned} (m_{in} + m_{rotor})\ddot{x}_{in} - \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} [(C_{in}\delta_{in-i}^{3/2} + D_{in}\dot{\rho}_i\Gamma_i) \cdot \\ \cdot \frac{x_{in} - r_i \cos(\alpha_i)}{\rho_i}] = F_{ex} + Fu \cos \alpha_{in} \end{aligned} \quad (27)$$

Para la coordenada generalizada y_{in} tenemos:

$$\begin{aligned} (m_{in} + m_{rotor})(\ddot{y}_{in} + g) - \sum_{i=1}^{Z_{bolas}} [(C_{in}\delta_{in-i}^{3/2} + D_{in}\dot{\rho}_i\Gamma_i) \cdot \\ \cdot \frac{y_{in} - r_i \sin(\alpha_i)}{\rho_i}] = F_{ey} + Fu \sin \alpha_{in} \end{aligned} \quad (28)$$

donde:

$$\begin{aligned} \Gamma_i = 0 \quad si \quad \delta_{in} < 0 \\ \Gamma_i = 1 \quad si \quad \delta_{in} \geq 0 \end{aligned}$$

Para las coordenadas generalizadas r_i donde $i = 1, 2, \dots, Z$, tenemos:

$$\begin{aligned} m_b\ddot{r}_i - m_b \cdot \dot{r}_1 \cdot \dot{\alpha}^2 + m_b \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha_i) - \\ -(C_{in} \cdot \delta_{in-i}^{\frac{3}{2}} + D_{in}\dot{\rho}_i\Gamma_i) \cdot \frac{\partial \rho_i}{\partial r_i} + \\ +(C_{out} \cdot \delta_{out-i}^{\frac{3}{2}} + D_{out}\dot{r}_i\Gamma_o) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

donde:

$$\begin{aligned} \Gamma_o &= 0 & \text{si } \delta_{out} < 0 \\ \Gamma_o &= 1 & \text{si } \delta_{out} \geq 0 \end{aligned}$$

3 Análisis en simulación

En esta sección se presenta el análisis en simulación efectuado a partir de las ecuaciones previas que modelan el comportamiento del rodamiento. Para poder llevar a cabo los estudios de simulación se ha optado por utilizar Matlab y Simulink debido a las elevadas capacidades que presenta este software como herramienta de modelado y simulación. Mediante estas herramientas es posible integrar las ecuaciones diferenciales de movimiento previas, para de esta forma simular y analizar estos sistemas dinámicos según diversos comportamientos.

Matlab y Simulink se han empleado habitualmente en numerosos sistemas como herramienta de modelado y simulación. Más aún, este software de simulación se ha empleado en diferentes ocasiones como herramienta para simular determinados sistemas donde se encuentran integrados rodamientos. Así, por ejemplo, en [8] se hace uso de un software basado en Matlab para simulación dinámica de sistemas. A través de Matlab se procesan los datos obtenidos experimentalmente. También en [1], se hace uso de Matlab como herramienta para detección de defectos en rodamientos mediante la transformada wavelet.

Sin embargo, no se ha encontrado ninguna referencia hasta el momento que haga uso de Matlab y Simulink para generar las señales y condiciones de movimiento de los elementos a partir de un modelo matemático establecido a priori. En este trabajo se hace uso de estas técnicas para generar estas señales de movimiento de los elementos que componen el rodamiento y poder analizar las mismas bajo diversas circunstancias.

En la Figura 3 se muestra la distribución de bloques principales para la construcción del modelo. A partir de un fichero de configuración, donde se encuentran almacenados las constantes del sistema el modelo se puede analizar el comportamiento del sistema ante diferentes condiciones.

Los principales valores y constantes empleados en la simulación del modelo se encuentran reflejados en la Tabla 3:

En la simulación implementada se consideran las ecuaciones que rigen el comportamiento de cada uno de los elementos expresadas en la sección previa. Asimismo se asume un sistema de referencia global cuyo origen se encuentra en el centro del anillo externo (estacionario).

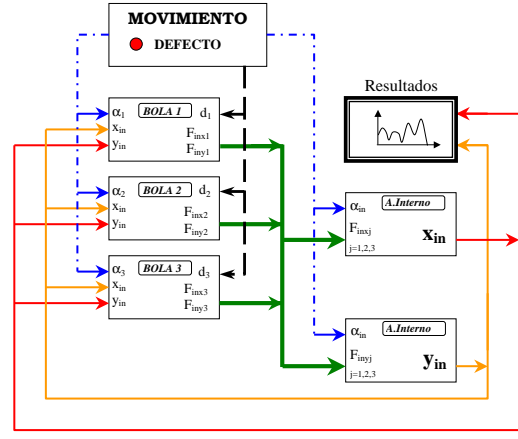


Figura 3: Diagrama de bloques del modelo Simulink, rodamiento de 3 bolas)

Dimensiones (mm.)

- Diámetro externo, $D = 62$
- Diámetro del agujero, $d = 30$
- Diámetro medio, $dm = 46$
- Anchura del rodamiento, $B = 16$
- Radio de las bolas, $r_{bo} = 4,75$

Masas (gramos)

- Anillo interno, $m_{in} = 65$
- Bola, $m_{bo} = 6$
- Rotor, $m_{rotor} = 1500$

Constantes rigidez ($N/mm^{3/2}$)

- $C_{in} = 779180$
- $C_{out} = 897760$

Coefficiente amortiguamiento ($N \cdot s/m$)

- $D_{in} = 15,82$
- $D_{out} = 15,82$

Tabla 3: Características rodamiento 6206

Tal y como se aprecia en la Figura 3, el modelo propuesto para un rodamiento, de tres bolas, en Simulink, está compuesto por siete bloques. A continuación se presentan el funcionamiento interno y algunos detalles de la implementación en Simulink de cada uno de estos bloques.

3.1 Bloque Movimiento

Dentro del bloque de movimiento se definen las posiciones angulares del anillo interno así como de cada una de las bolas que componen el rodamiento. Este bloque tiene como entrada las frecuencias de giro de la pista interna de rodamiento f_{in} , la frecuencia de giro de la jaula f_{jaula} , ambas en revoluciones por segundo o Hz. A partir de estos valores se determinan: la posición angular del anillo interno, α_{in} , la posición angular de la jaula, α_{jaula} , la posición angular de cada bola, α_i $i=1,2,\dots,Z$ y la posición del defecto, $\alpha_{defecto}$.

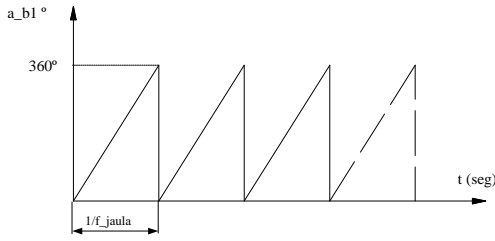


Figura 4: Ángulo girado por la *bola1* del rodamiento modelado

Para calcular la posición angular de las bolas se hace uso del generador de señales disponible en Simulink, modificando la señal que ofrece con objeto de obtener la señal de movimiento para cada una de las bolas representada en la Figura 4. Como se observa la amplitud es de 360° y el periodo es igual a la inversa del valor de la frecuencia de rotación de la jaula f_{jaula} .

3.2 Bloque Bola

En cada uno de estos bloques (tantos como bolas tenga el rodamiento), se realiza la integración de la ecuación diferencial que determina el movimiento radial de la bola (ecuación 29). Para ello se ha desarrollado un bloque en Simulink, en el que a partir de la posición angular de la bola α_i , junto con la posición del centro del anillo interno respecto al sistema de referencia global (x_{in}, y_{in}) , se calculan instantáneamente las siguientes variables:

$(F_{in_{ix}}, F_{in_{iy}})$ Fuerza de reacción de la bola i sobre el anillo interno.

F_{out_i} Fuerza de reacción de la bola i sobre el anillo externo

r_i Vector de posición del centro de la bola i respecto al sistema de referencia global.

3.3 Bloques $A_{Interno}$, x_{in} e y_{in}

En estos bloques se realiza la integración de las ecuaciones diferenciales 27 y 28. Estos tienen como entradas los valores de las fuerzas F_{inx} , F_{iny} de cada una de las bolas (línea verde) y la posición angular del rotor o anillo interno α_{in} (línea azul discontinua). Como resultados presentan las coordenadas (x_{in}, y_{in}) del centro del anillo. Estos valores de desplazamiento u otro parámetro como velocidad o aceleración van hacia el bloque resultados donde se muestran mediante gráficos o tablas los valores de los mismos, al tiempo que se guardan los resultados en un archivo de datos para un posible análisis posterior. Se observa que las líneas naranja y roja vuelven hacia los bloques bola donde realimentan el valor de la posición del rotor para el cálculo de las fuerzas de contacto.

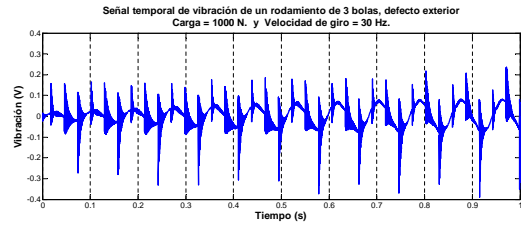


Figura 5: Señal temporal de un modelo de rodamiento con 5 GDL

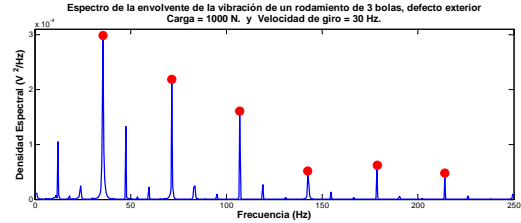


Figura 6: Envoltura de la señal temporal mostrada en la Figura 5

4 ANÁLISIS RESULTADOS EN SIMULACIÓN

La Figura 5 muestra la señal temporal correspondiente a la aceleración según el eje y del sistema rotor-anillo interno.

La Figura 6 muestra la envoltura de la señal temporal mostrada en la Figura 5 obtenida mediante la transformada de Fourier y la Transformada de Hilbert.

La frecuencia característica del defecto en anillo externo puede calcularse mediante la ecuación 30:

$$BPFO = \frac{Z \cdot \omega_{in}}{2} \cdot \left(1 - \frac{d_{bo} \cdot \cos(\psi)}{dm} \right) \quad (30)$$

Sustituyendo los valores conocidos para el caso concreto, rodamiento con 3 bolas, girando a 1800 r.p.m., cargado con 1000 N., teniendo en cuenta además que se trata de un rodamiento rígido de bolas y por tanto $\psi = 0^\circ$, resulta una frecuencia de $BPFO = 35.7$ Hz. En el espectro de la envoltura Figura 6 se aprecian los 6 primeros armónicos de esta frecuencia característica del defecto en anillo externo

La Figura 7 muestra las distintas señales temporales resultantes de la simulación de un modelo de rodamiento de tres bolas (5 GDL), con defecto en anillo externo, obtenidas en las mismas condiciones de carga pero variando la velocidad de giro del anillo interno. En todas ellas puede apreciarse claramente los picos correspondientes al paso de las bolas por el defecto.

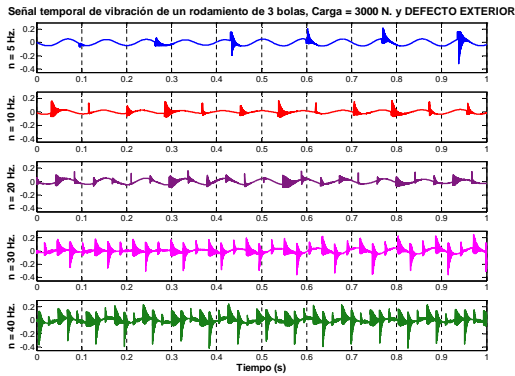


Figura 7: Señales temporales de un modelo de rodamiento con 5 GDL para varias velocidades

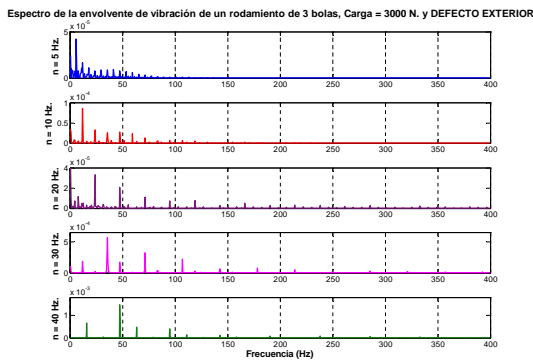


Figura 8: Envolvente de las señales temporales mostradas en la Figura 7

En la Figura 8 que corresponde a las envolventes de las señales temporales de la Figura 7, pueden verse claramente varios armónicos de las frecuencias de defecto BPFO. Se observa como el valor de estas frecuencias aumenta a la vez que se incrementa la frecuencia de giro del anillo interno.

5 CONCLUSIONES

Se ha mostrado el desarrollo de las ecuaciones del movimiento de los elementos de un modelo de rodamiento obtenidas a partir de la dinámica de Lagrange.

Se ha implementado el modelo utilizando las ecuaciones teóricas deducidas en el punto anterior utilizando las herramientas Matlab y Simulink. Se ha compilado el modelo particularizando los valores a los que corresponden a un rodamiento 6206 rígido de bolas con un defecto en su pista de rodadura externa, y se ha obtenido el valor temporal de la aceleración en el rotor, tal y como se analizaría un sistema mecánico real mediante un acelerómetro.

El análisis de la señal temporal en el dominio de la frecuencia mediante la técnica de la envolvente hallada mediante la transformada de

Hilbert, muestra claramente, en todos los casos, los valores correspondientes a los armónicos de la frecuencia característica de defecto.

Referencias

- [1] Abbasion, S. et al, (2007) "Rolling element bearings multi-fault classification based on wavelet denoising and support vector machine", *Mechanical Systems and Signal Processing* 21, pp 2933-2945.
- [2] Berry, J., (1991) How track rolling element bearing health with vibration signature analysis, Sound and vibration.
- [3] Braun, S. G., (1991) "The signature analysis of sonic bearing vibrations", *IEEE transactions on sonic and ultrasonics Vol. SU-27*, N° 6, pp 317-328.
- [4] Cao, Y.; Altintas, Y., (2004) "A general method for the modeling of spindle-bearing systems", *Journal of Mechanical Design*, 126, pp 1089-1104
- [5] Dare, A., (1972) Dinámica de Lagrange, McGraw-Hill, Mexico.
- [6] Harris, T., (2001) Rolling bearing analysis, John Wiley & Sons Inc. Fourth Edition.
- [7] Harsha, S.P., (2005) "Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported on rolling element bearings", *Mechanical Systems and Signal Processing* 19 (3), pp 551-578.
- [8] Li, B. et al, (2000) "Neural-Network-Based Motor Rolling Bearing Fault Diagnosis", *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 47 (5), pp 1060-1069.
- [9] Martin, R. L., (1970) "Detection of bearing malfunctions", *Instrum. Control Sys.*, pp 79-82.
- [10] Wang, H.; Chen, P., (2008) "Fault Diagnosis for a Rolling Bearing Used in a Reciprocating Machine by Adaptive Filtering Technique and Fuzzy Neural Network", *WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS ISSN, Issue 1, Volume 7*, pp 1109-2777